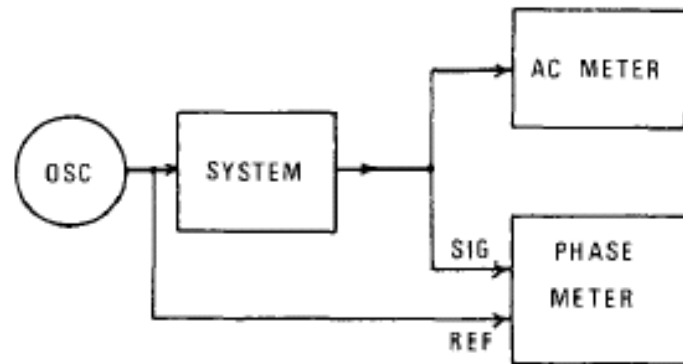


Allgemein

- Systeme (device under test, DUT):
 - Elektro-akustische Systeme
 - Abhör- oder Darbietungsräume
 - Leicht nichtlineare, zeit-(in)variante Systeme
weakly-nonlinear time-(in)variant systems
- Ziele:
 - Erfassung System beschreibender Parameter
 - Hohe Genauigkeit der Messung
 - Kurze Messzeit, Hohe Reproduzierbarkeit
 - Hoher Signalrauschabstand (*signal-to-noise ratio*, SNR)

Direkte Messung

- Direkte Messung der Amplitude und Phase:

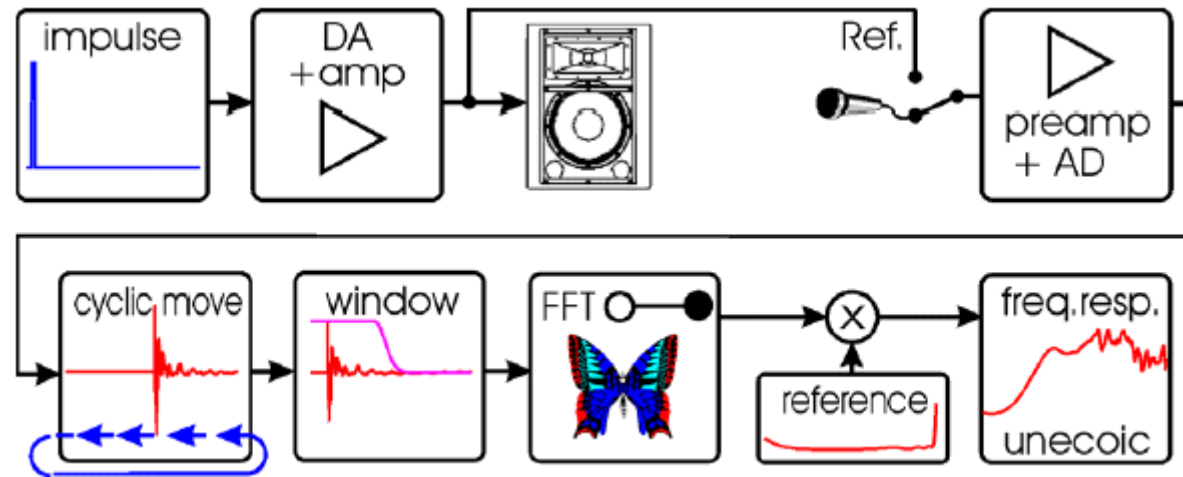


Vanderkooy (1986)

- Einfache Messsysteme (*stepped-sine method*)
- Hohe Energieübertragung
- Messung nur im stationären Zustand:
 - Sehr lange Dauer bei hoher Frequenzauflösung

Direkte Impulsmessung

- Signal: Impuls:
 - Impulsantwort direkt verfügbar
 - Sehr wenig Energie im Signal
 - Sehr hoher Crest-Faktor: $C = \frac{\hat{A}}{A_{EFF}} = T_{IR}$
 - Sehr niedrige SNR



Müller & Massarani (2001)

- Abhilfe: Wiederholung und Mittelung
 - Periodic Impulse Response (PIR)
 - Periodic Impulse Excitation (PIE)
- Verdoppelung der Wiederholungen: +3dB SNR

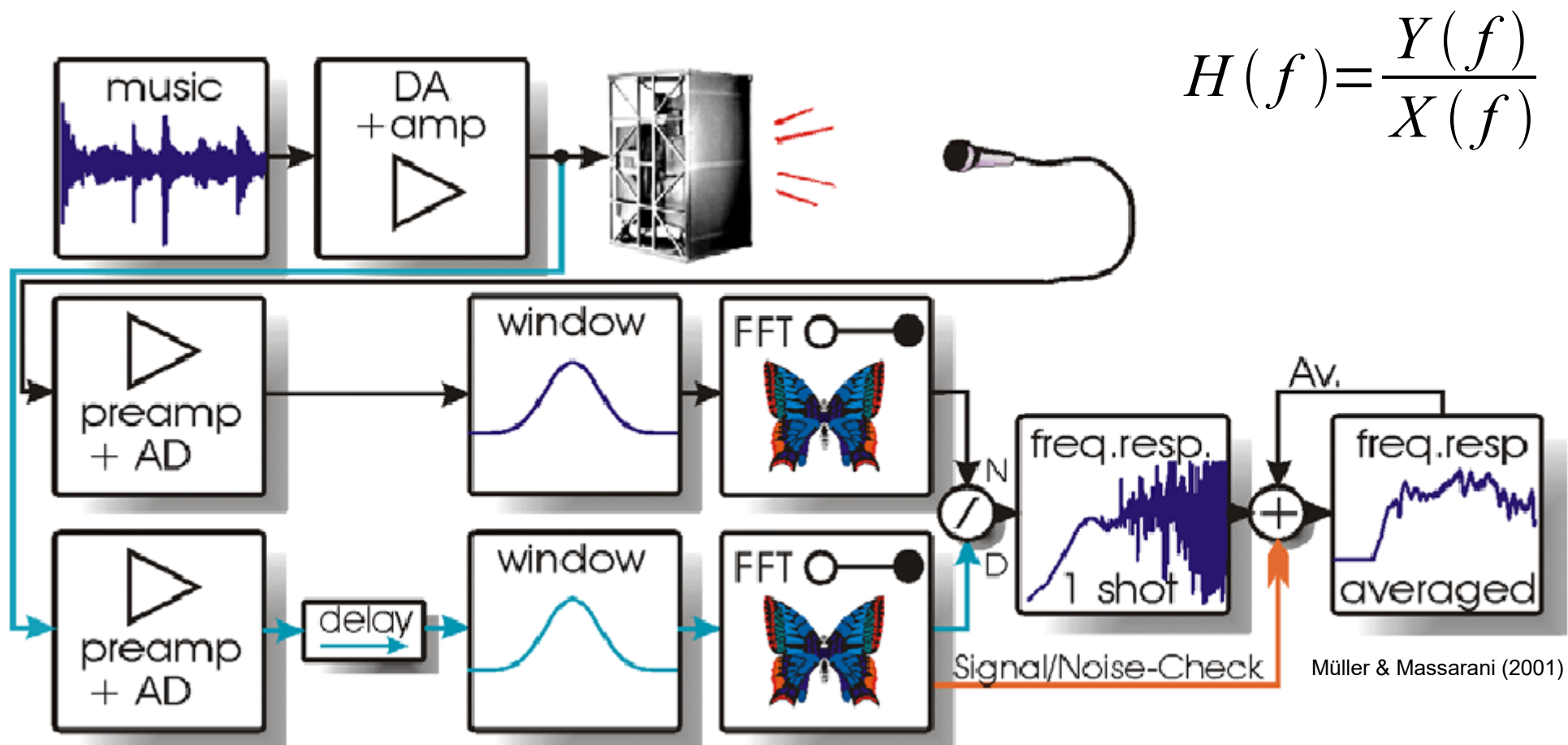
1-Kanal-FFT

- Signal: Weißes Rauschen:
 - Amplitudenspektrum: bei $f = 0$ Hz: 0, sonst: 1
 - Phasenspektrum: zufällig (gleich verteilt)
 - Im Zeitbereich: zufällig, Gauß'sche Verteilung
 - Crest-Faktor: $C = \frac{\hat{A}}{A_{EFF}}$ →
- 1-Kanal-FFT:
 - Nur Amplitudengang erfassbar
- 2-Kanal-FFT:
 - Gesamte Identifikation

Crest-Faktor	Wahrscheinlichkeit
1	32,00%
2	4,80%
3	0,37%
3,3	0,10%
3,9	0,01%
4	63 ppm
4,4	10 ppm
4,9	1 ppm
6	2 ppb

2-Kanal-FFT

- Erfassung der Amplitude und der Phase



$$H(f) = \frac{Y(f)}{X(f)}$$

Pseudo-Zufallsfolgen

- Weißes Rauschen: völlig dekorreliert:

$$r_{xx}[n] = \delta[n]$$

- Aus der Systemtheorie:

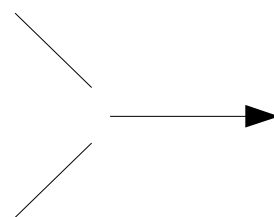
$$r_{xy}[n] = (h * r_{xx})[n]$$

- Mit einem dekorrelierten Signal: $r_{xy}[n] = h[n]$

- Ersatz für weißes Rauschen: dekorrelierte Signale

- Gesucht:

- Dekorreliertes Signal
- Deterministisch
- Niedriger Crest-Faktor



binäre Pseudo-Zufallsfolgen

Golay Codes

- Zwei binäre Pseudo-Zufallsfolgen:

$$a_1 = [1, 1] \quad b_1 = [1, -1]$$

$$a_{n+1} = [a_n, b_n] \quad b_{n+1} = [a_n, -b_n]$$

$$a_2 = [1, 1, 1, -1] \quad b_2 = [1, 1, -1, 1]$$

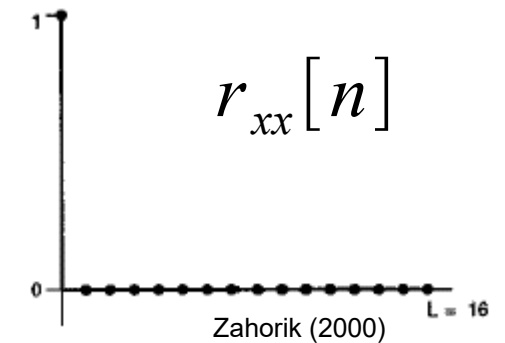
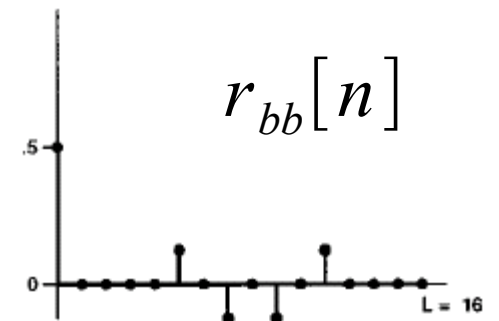
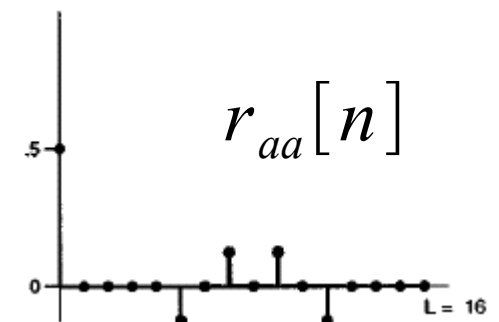
- Zirkuläre Autokorrelation:

$$r_{xx}[n] = r_{aa}[n] + r_{bb}[n] = 2L \delta[n]$$

L ... Länge der Folge, $L = 2^N$

- Zirkuläre Kreuzkorrelation:

$$\underbrace{\mathcal{F}\{y_a[n]\}}_{\mathcal{F}\{a[n]\} \underline{H}(\omega) \mathcal{F}^*\{a[n]\}} + \underbrace{\mathcal{F}\{y_b[n]\}}_{\mathcal{F}\{b[n]\} \underline{H}(\omega) \mathcal{F}^*\{b[n]\}} = 2L \cdot \underline{H}(\omega)$$



Golay Codes

- Messprozedur:
 - Anregung mit Folge a:
 - k Wiederholungen ($k > 1$)
 - Aufnahme und Mittelung über die Wiederholungen 2 bis k
 - Eine Periode abwarten
 - Anregung mit Folge b:
 - k Wiederholungen ($k > 1$)
 - Aufnahme und Mittelung über die Wiederholungen 2 bis k
 - Kreuzkorrelation der Antworten mit der Anregungen
 - Summation der Kreuzkorrelationen: Impulsantwort

Golay Codes

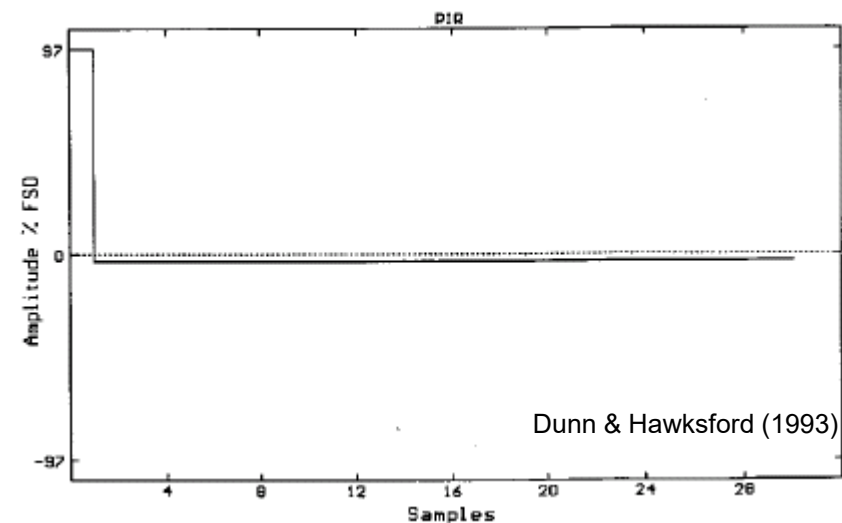
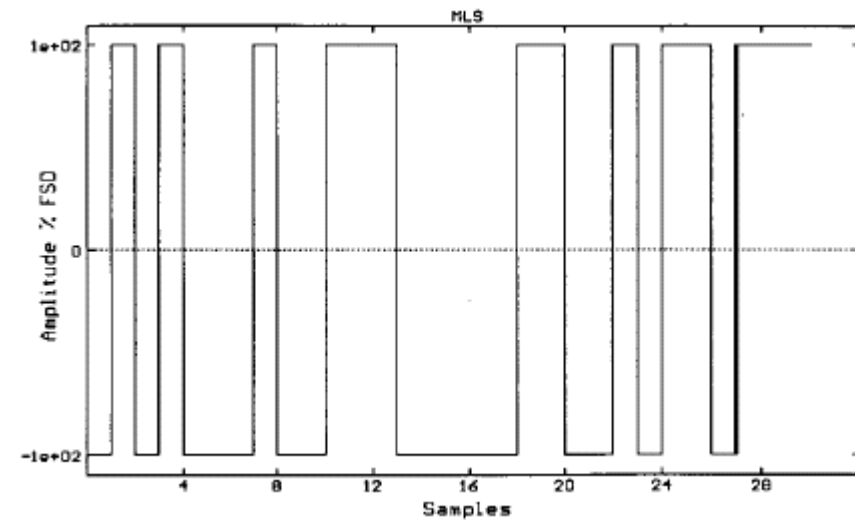
- Signal-to-noise ratio (SNR):
 - Energie einzelnen Pulses: 1
 - Energie der Golay Codes: $2L$
 - Erhöhung der SNR in dB: $10\log(2L)$
- Wiederholung der Anregung:
 - Mit jeder Verdoppelung steigt SNR um +3dB
- Länge der Codes:
 - Mindestens gleich lang wie die zu erwartete IR
 - Sonst time-aliasing in der IR

Maximum Length Sequence (MLS)

- Probleme der Golay-Codes:
 - Zwei Messungen notwendig
 - Probleme bei zeitvarianten Systemen
- MLS:

$$r_{xx}[n] = \delta[n] - \frac{1}{L+1}$$

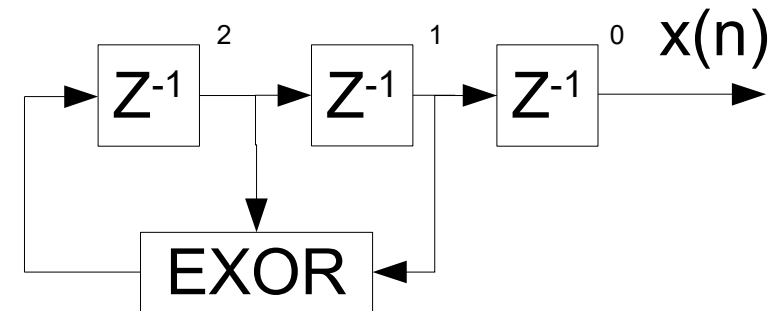
- Einheitsimpuls
- Mit einem kleinen Offset



Dunn & Hawksford (1993)

MLS

- Generierung:
 - Schieberegister
 - Rückkopplung über EX-OR
- Länge der Sequenz: $L = 2^N - 1$
 - Insgesamt $2N$ Zustände
 - Zustand "0" nicht zielführend
 - Nicht geeignet für Radix-2-FFT-Algorithmus



Ordnung N	Abzapfung bei bit
3	2
7	6
10	3
15	14
23	18
31	13

MLS

- Berechnung der Impulsantwort:

$$r_{xx}[n] = \delta[n] - \frac{1}{L+1}$$

$$r_{xy}[n] = (h * r_{xx})[n]$$

$$r_{xy}[n] = h[n] - \frac{1}{L+1} \sum_{n=0}^{N-1} h[n] \quad -\frac{1}{L+1} = -\frac{1}{L} + \frac{1}{L(L+1)}$$

$$r_{xy}[n] = h[n] - \frac{1}{L} \sum_{n=0}^{N-1} h[n] + \frac{1}{L(L+1)} \sum_{n=0}^{N-1} h[n]$$

Mittelwert von $h[n] = DC$

$$\frac{1}{L+1} \cdot DC$$

$$\longrightarrow r_{xy}[n] = h[n] - DC \cdot \left[1 - \frac{1}{L+1}\right]$$

MLS

- Berechnung der Kreuzkorrelation:

- Direkte Methode:
$$r_{xy}[n] = \frac{1}{L+1} \sum_{i=0}^{L-1} x[(i-n) \bmod L] \cdot y[i]$$

- Im Frequenzbereich: Fourier-Transformation

- Radix-2-FFT nicht möglich
- Andere FFT-Algorithmen möglich durch Faktorisierung der Länge (FFTW library)

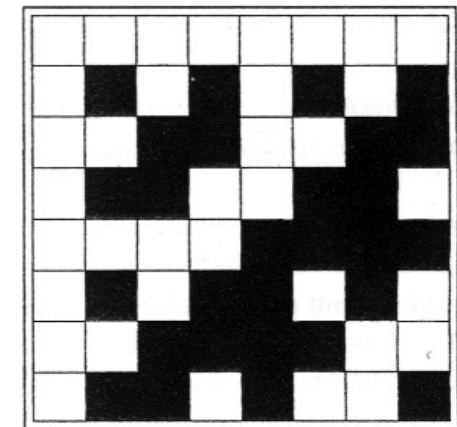
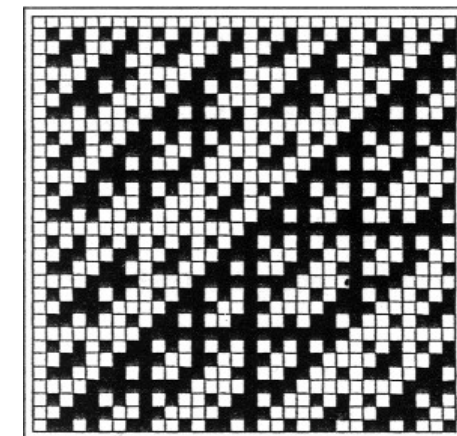
- Darstellung in Matrizenform:
$$\mathbf{R}_{xy} = \frac{1}{L+1} \mathbf{X} \cdot \mathbf{Y}$$

- Aus $x[n]$ wird eine rechts-zirkuläre Matrix \mathbf{X}
- Aus $y[n]$ und $r_{xy}[n]$ werden Matrizen \mathbf{Y} und \mathbf{R}_{xy}
- Fast Hadamard Transformation:
$$\mathbf{R}_{HY} = \mathbf{H}_{2^n} \cdot \mathbf{Y}$$

Fast Hadamard Transformation (FHT)

- Algorithmus ähnlich der DFT
- Butterfly, aber kein Bit-reversal
- Nur Additionen/Subtraktionen
- $L \cdot \log_2 L$ Operationen

$$R_{HY} = H_{2^n} \cdot Y$$


 H_8

 H_{32}

- Hadamard-Matrix:

$$H_1 = [1] \quad H_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$H_{2^{n+1}} = \begin{bmatrix} H_{2^n} & H_{2^n} \\ H_{2^n} & -H_{2^n} \end{bmatrix} = H_{2^n} * H_{2^n}$$

MLS

- Problem: MLS ergibt keine Hadamard-Matrix
- Lösung: Umformung der MLS-Matrix:

$$X_{2^n-1} = P_2 S_2 H_{2^n} S_1 P_1$$

P_1, P_2 ... Permutationsmatrizen

S_1, S_2 ... Begrenzungsmatrizen (suppress)

$$S_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad S_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$P_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Borish & Angell (1983)

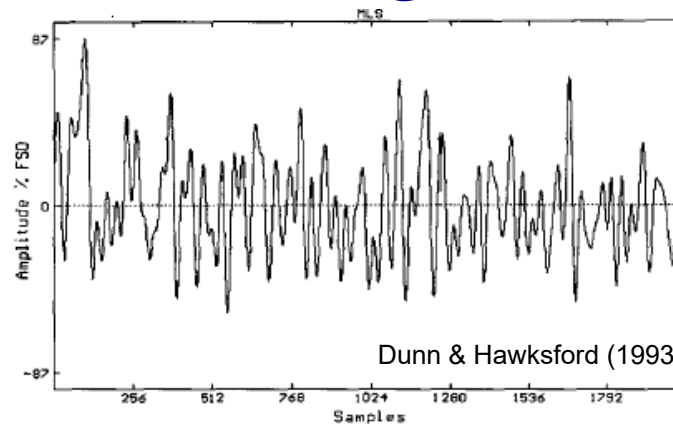
$$R_{XY} = \frac{1}{L+1} P_2 \left(S_2 \left\{ H_{2^n} \left[S_1 \left(P_1 Y \right) \right] \right\} \right) \rightarrow r_{xy}[n] \simeq h[n]$$

MLS

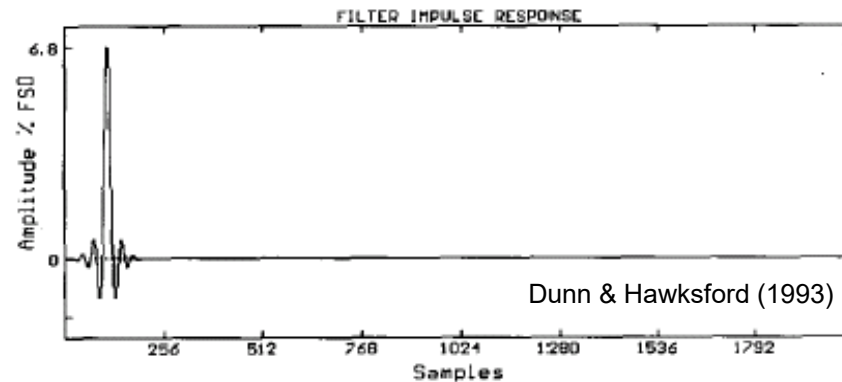
- Länge der MLS:
 - Mindestens gleich lang wie die zu erwartete IR
- SNR:
 - $10 \log(L+1)$ höher als PIE
 - Gleich wie bei Golay-Codes gleicher Länge
- Nur eine Folge:
 - Mittelung der IR bei zeitvarianten Systemen
- Weitere Erhöhung der SNR:
 - Verdoppelung der Länge: +3dB

Einfluss der Verzerrungen auf MLS

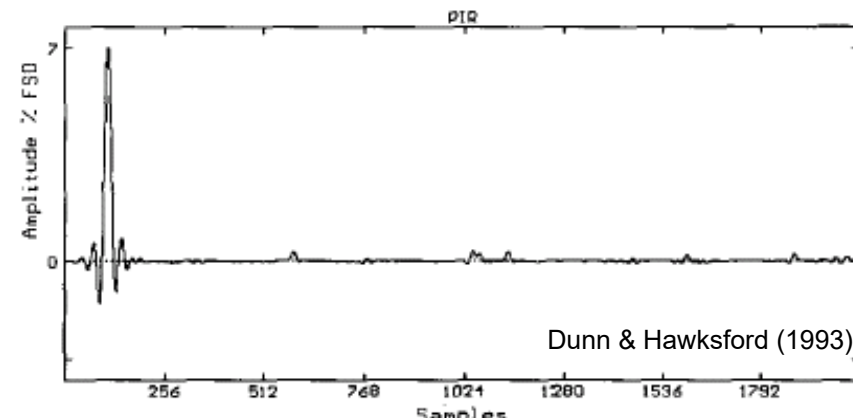
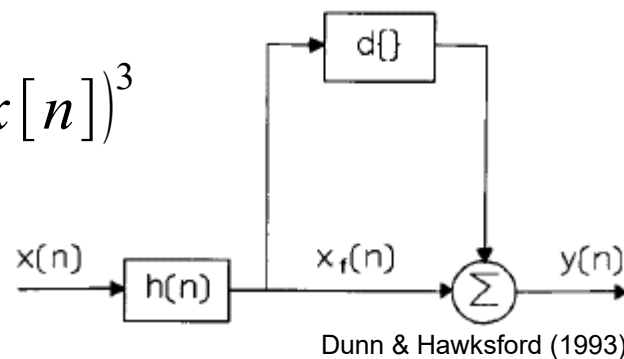
- MLS-Signal:
LP-Filter, $f=1\text{kHz}$



- IR des Filters nach Korrelation:
- Mit Verzerrung:



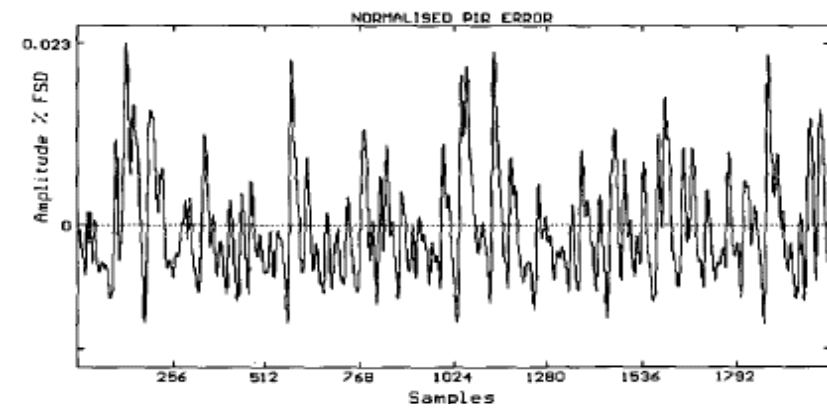
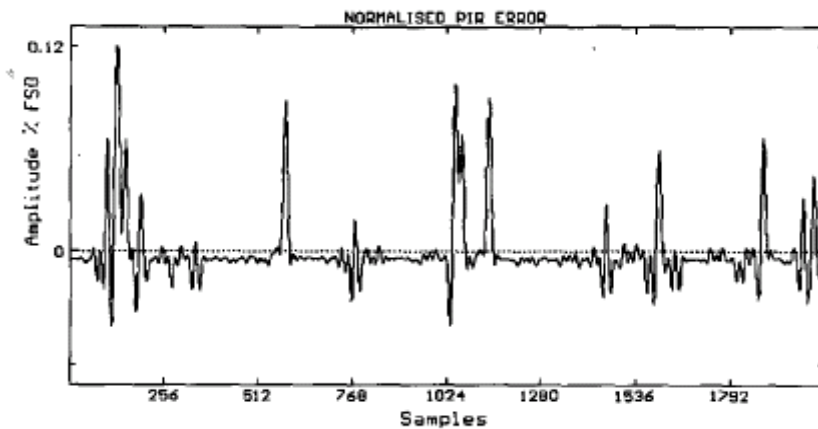
$$d\{x_f[n]\} = -10\text{dB} \cdot (x[n])^3$$



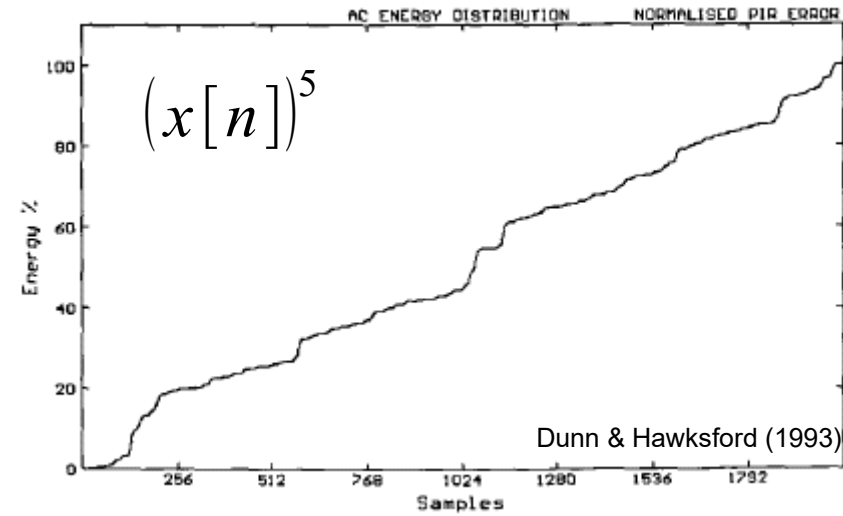
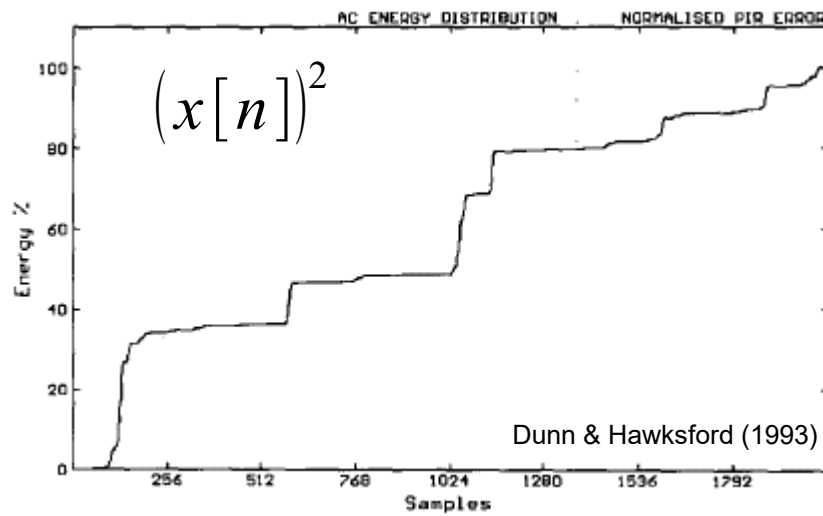
Einfluss der Verzerrungen auf MLS

- Fehlersignal** $e[n] = h_d[n] - h[n] \rightarrow h_d[n] = r_{xy}[n] = r_{(x_f+d)y}[n]$
 $h_d[n] = r_{x_f y}[n] + r_{d y}[n] \quad e[n] = r_{x d}[n]$

Fehler:

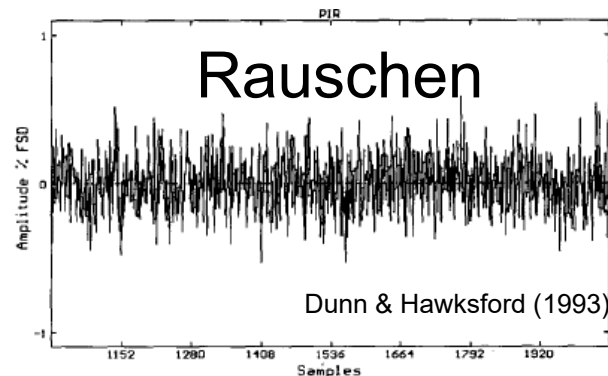
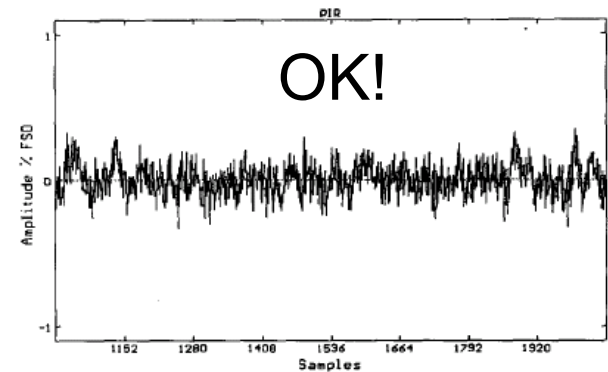
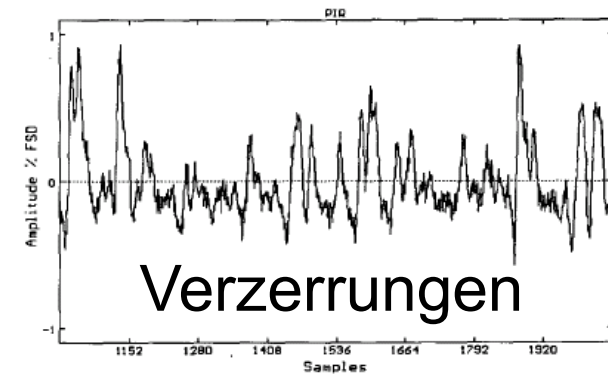


Energieverteilung:



Einfluss der Verzerrungen auf MLS

- MLS-Länge verlängern
(statt mehrfache Mittelung) $\Delta L = +6\text{dB}$
- Immunität gegenüber
Verzerrungen: $\Delta I_d = -(r-1) \cdot \Delta A$
- Immunität gegenüber
Rauschen: $\Delta I_n = \Delta A$ $\Delta L = 0\text{dB}$
- Je nach System
optimale Amplitude! $\Delta L = -6\text{dB}$



Inverse Repeated Sequence (IRS)

- Dämpfung gerader Verzerrungen: $x[n+L] = -x[n]$

- IRS:

$$x[n] = \begin{cases} m[n], & n \text{ gerade}, 0 \leq n < 2L \\ -m[n], & n \text{ ungerade}, 0 \leq n < 2L \end{cases}$$

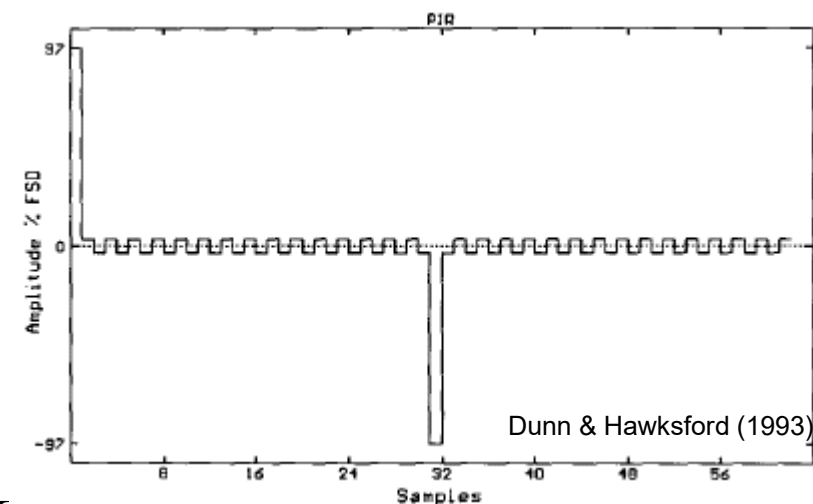
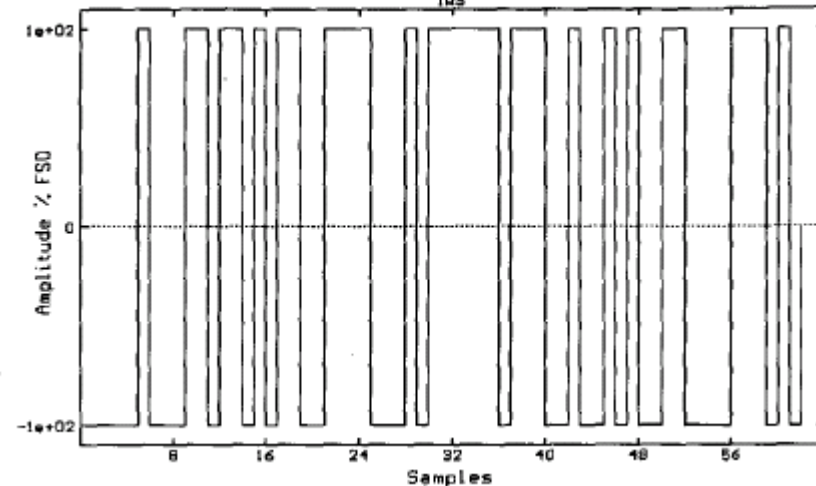
$m[n]$... MLS

$$r_{xy} = \frac{1}{2(L+1)} \sum_{k=0}^{2L-1} x[n]x[n+k]$$

$$= \begin{cases} r_{my}[n], & n \text{ gerade} \\ -r_{my}[n], & n \text{ ungerade} \end{cases}$$

$$= \delta[n] - \frac{(-1)^n}{L+1} - \delta[n-L] \quad 0 \leq n < 2L$$

Dunn & Hawksford (1993)



Dunn & Hawksford (1993)

PIE, MLS, IRS

- Immunität gegenüber Verzerrungen:

Filter: LP

$f = 1\text{kHz}$

Distortion :-20dB

Länge: 2047 samples

Distortion Order	PIE Distortion Immunity (dB)	MLS Distortion Immunity (dB)	IRS Distortion Immunity (dB)
2	54.7	29.4	>262
3	77.2	35.4	36.6
4	99.7	35.9	>265
5	123	38.4	41.4
6	146	39.7	>267
7	169	41.4	46.2

Dunn & Hawksford (1993)

- Auf „distortion immunity“ normalisierte SNR:

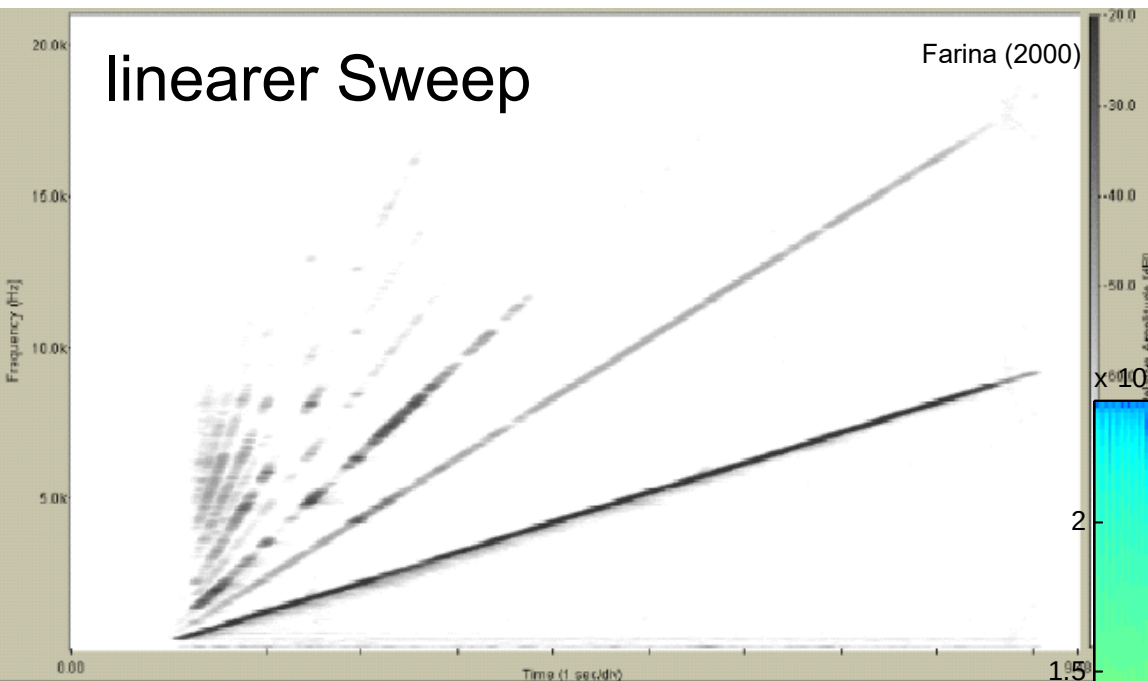
Distortion Order	Distortion Immunity (dB)	Relative MLS Excitation Amplitude (dB)	MLS Noise Immunity Advantage (dB)
2	54.7	-25.3	7.8
3	77.2	-20.9	12.2
4	99.7	-21.3	11.8
5	123	-21.2	11.9
6	146	-21.3	11.8
7	169	-21.3	11.8

Dunn & Hawksford (1993)

Sweeps

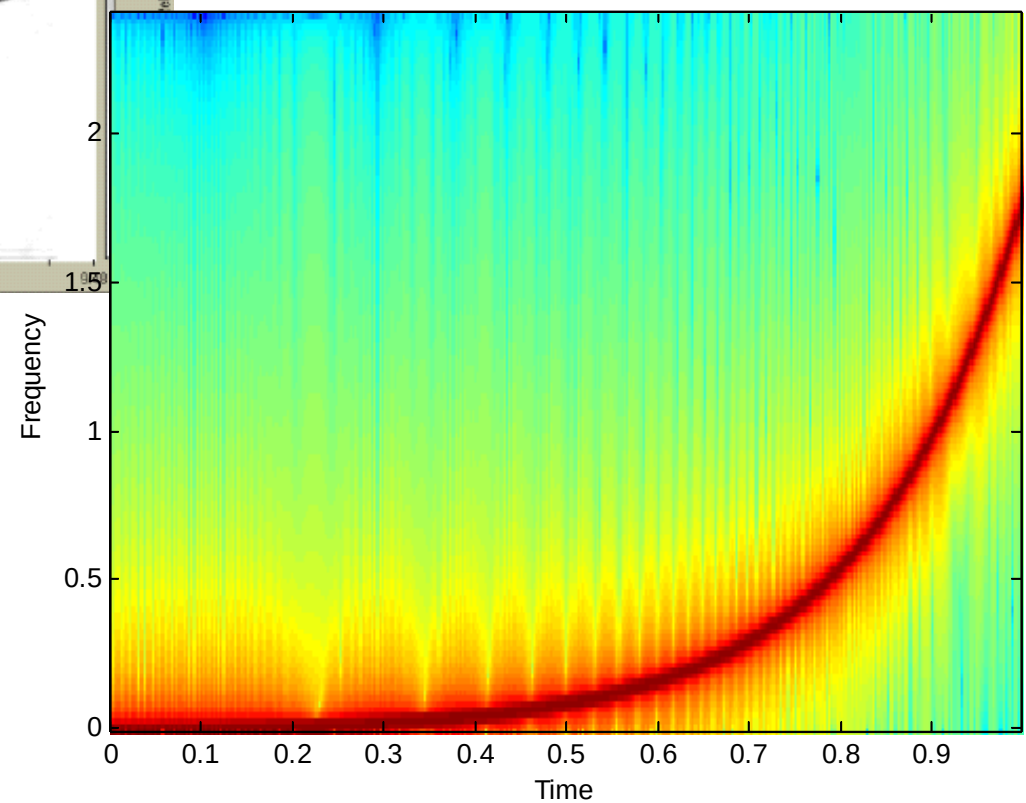
- Probleme von MLS und IRS:
 - Empfindlichkeit auf nichtlineare Verzerrungen
- Gesucht:
 - Messung des linearen Teils
 - Alle Harmonischen getrennt erfassbar
- Lösung:
 - Sweeps: $x(t) = \sin[f(t)]$
 - linearer Sweep: $f(t) = At + \tau$
 - exponentieller Sweep: $f(t) = A(e^{t/\tau} - 1)$

Sweeps



System:
leicht nichtlinear

Konstanter Abstand
zu den Harmonischen!



Time-Delay-Spectrometry

Vanderkooy (1986)

- Signal: Linearer Sweep

$$x(t) = \cos(\omega t)$$

- Antwort:

$$y(t) = |H(\omega)| \cos[\omega t + \varphi(\omega)]$$

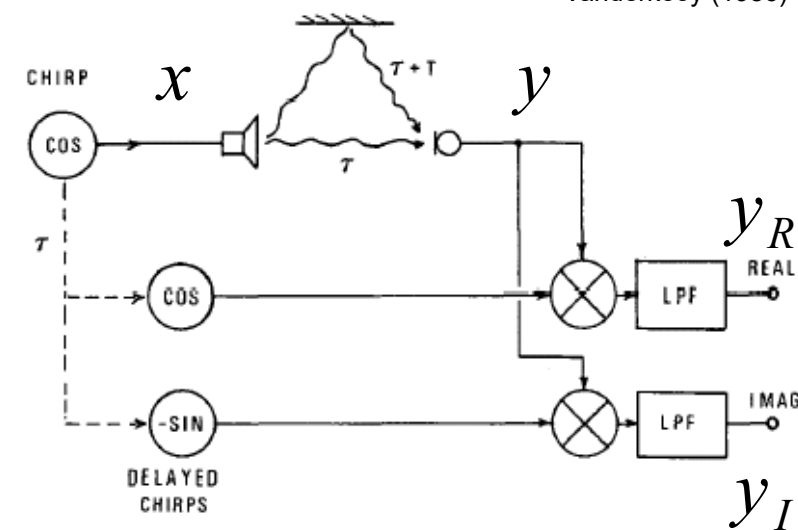
$$y(t) = |H(\omega)| \{ \cos(\omega t) \cos[\varphi(\omega)] - \sin(\omega t) \sin[\varphi(\omega)] \}$$

- Demodulation + Tiefpassfilter:

$$y_R(t) = y(t) \cos(\omega t) \quad y_I(t) = y(t) [-\sin(\omega t)]$$

$$y_R(t) = |H(\omega)| \left\{ \frac{1}{2} \cos[\varphi(\omega)] [1 + \cos(2\omega t)] - \frac{1}{2} \sin(2\omega t) \sin[\varphi(\omega)] \right\}$$

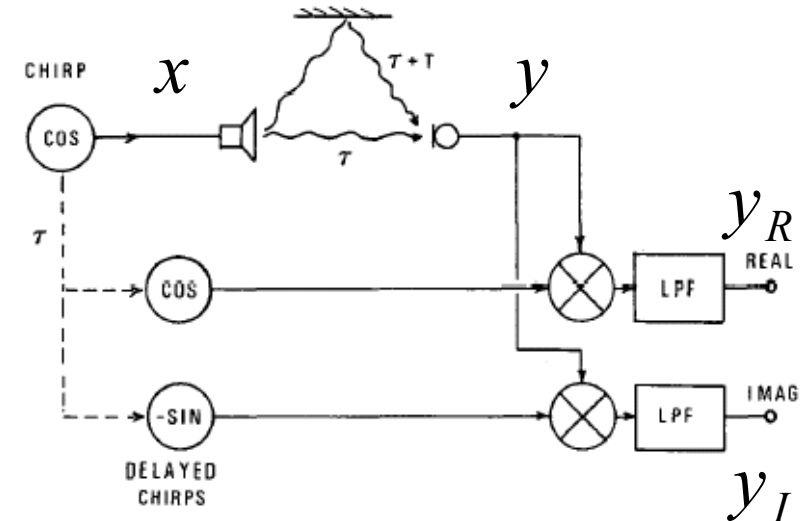
$$y_R(t) = \frac{1}{2} |H(\omega)| \cos[\varphi(\omega)] \quad y_I(t) = \frac{1}{2} |H(\omega)| \sin[\varphi(\omega)]$$



Time-Delay-Spectrometry

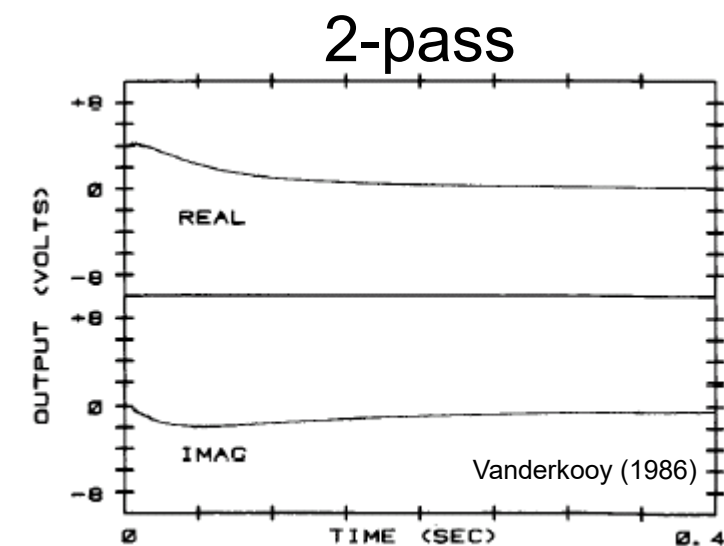
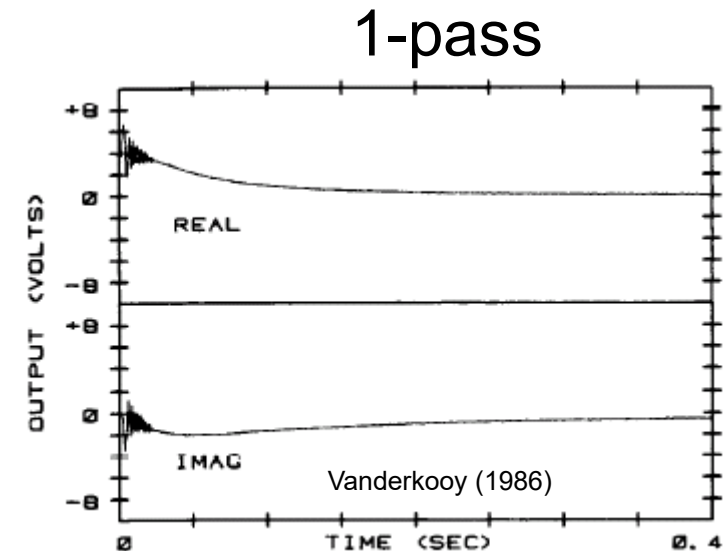
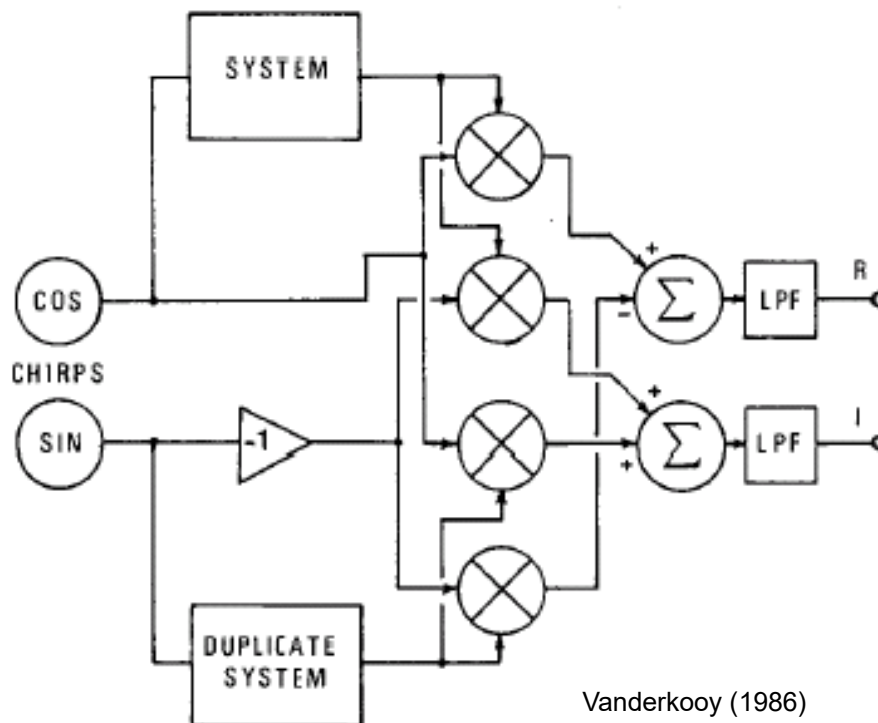
Vanderkooy (1986)

- Frequenz des Generators = Frequenz des Demodulators
 - Lösung: Anregung verzögern
 - Sonst: Artefakte nach LP-Filterung
 - Vorteil: Automatische Trennung zwischen Lautsprecher und Raum
- Verzerrungen → Harmonische (nach Filterung weg)
- Raumimpulsantwort: Lange Messzeit
 - Tiefe und hohe Frequenzen getrennt messen



Time-Delay-Spectrometry

- Artefakte bei tiefen Frequenzen
- Lösung: TDS mit 2 Durchläufen (2-pass TDS)



Exponentielle Sweeps

- Sweep: $x(t) = \sin\left[A\left(e^{t/\tau} - 1\right)\right]$
- Randbedingungen:

$$\left. \frac{\partial\left[A\left(e^{t/\tau} - 1\right)\right]}{\partial t} \right|_{t=0} = \omega_1 \qquad \left. \frac{\partial\left[A\left(e^{t/\tau} - 1\right)\right]}{\partial t} \right|_{t=T} = \omega_2$$

- Lösungen:

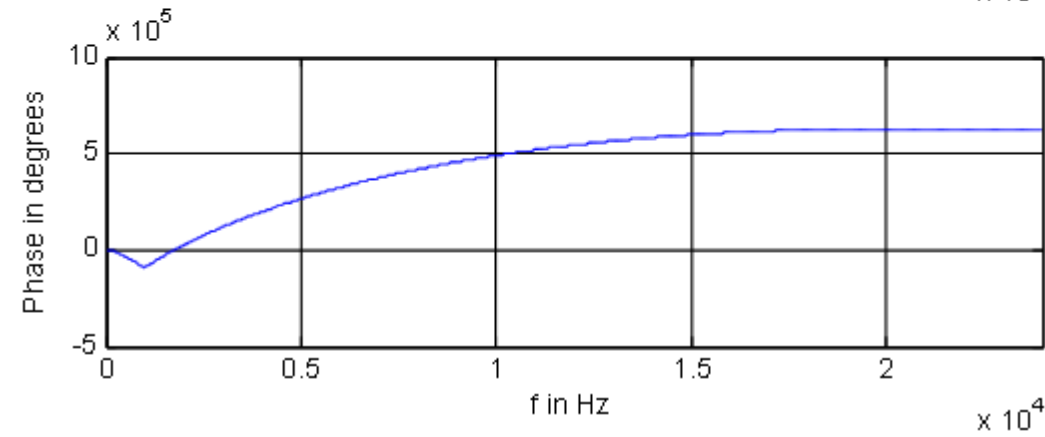
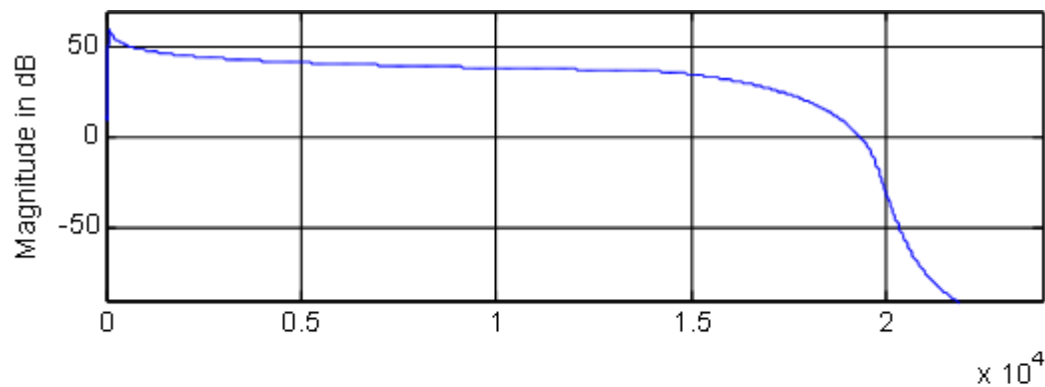
$$A = \frac{T \omega_1}{\ln(\omega_2/\omega_1)} \qquad \tau = \frac{T}{\ln(\omega_2/\omega_1)}$$

- Abstand zur N-ten Harmonischen:

Exponentielle Sweeps

$$\underline{Y}(\omega) = \underline{X}(\omega) \cdot \underline{H}(\omega) \quad \longrightarrow \quad \underline{H}(\omega) = \underline{Y}(\omega) \cdot \underline{X}^{-1}(\omega)$$

$$\underline{X}(\omega)$$

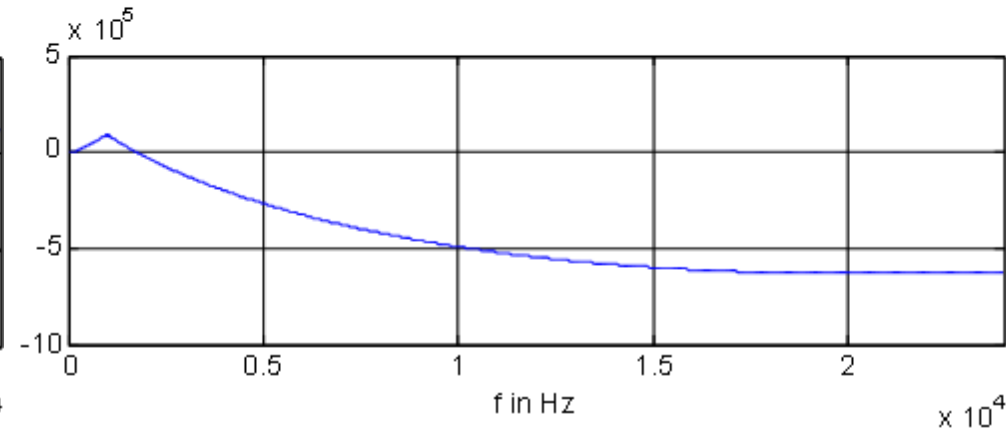
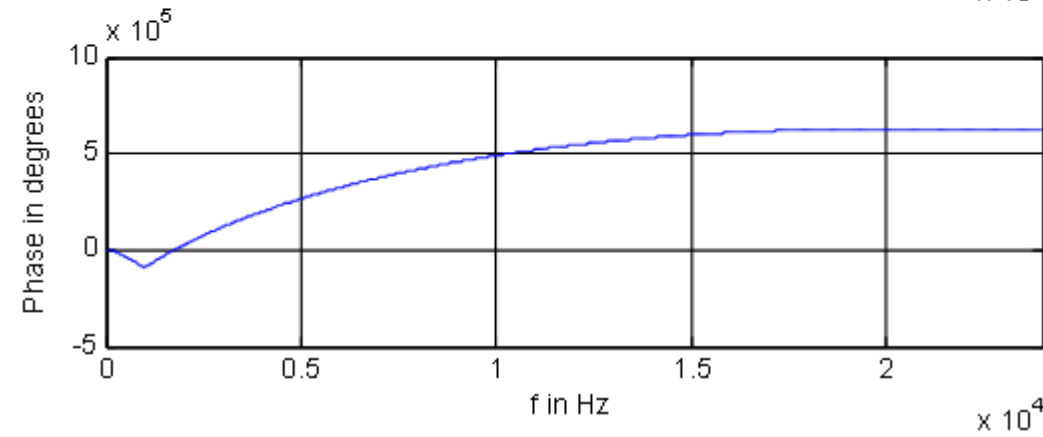
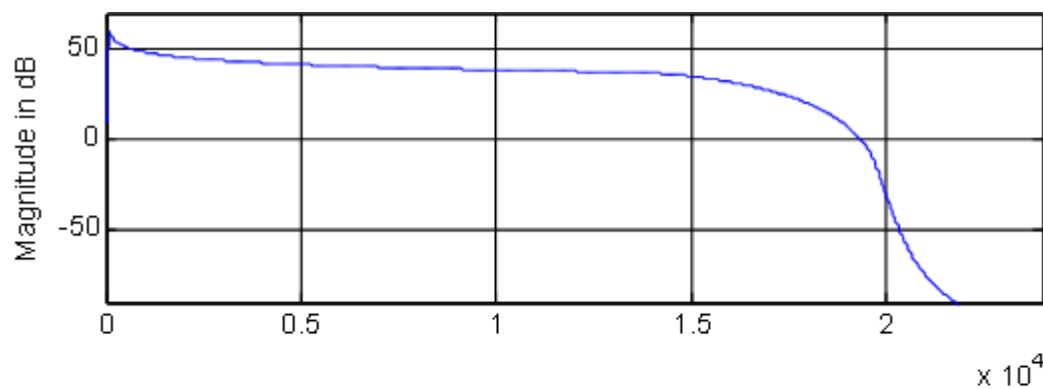


Exponentielle Sweeps

$$\underline{Y}(\omega) = \underline{X}(\omega) \cdot \underline{H}(\omega) \quad \longrightarrow \quad \underline{H}(\omega) = \underline{Y}(\omega) \cdot \underline{X}^{-1}(\omega)$$

$\underline{X}(\omega)$

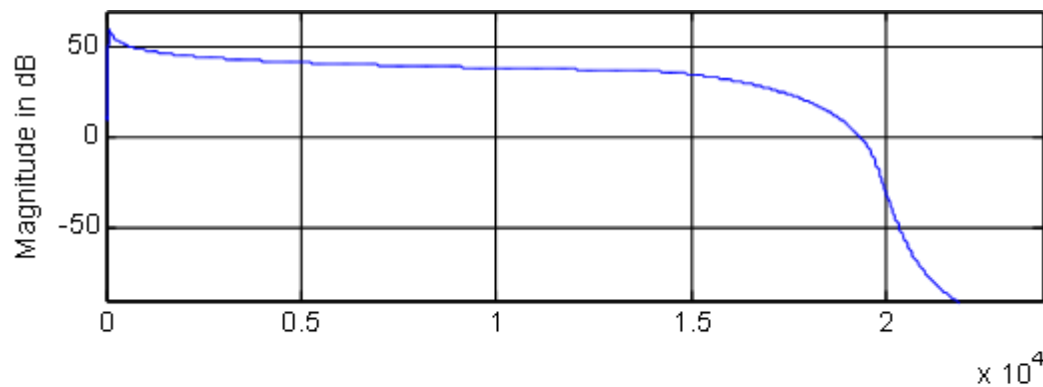
$\underline{X}^{-1}(\omega)$



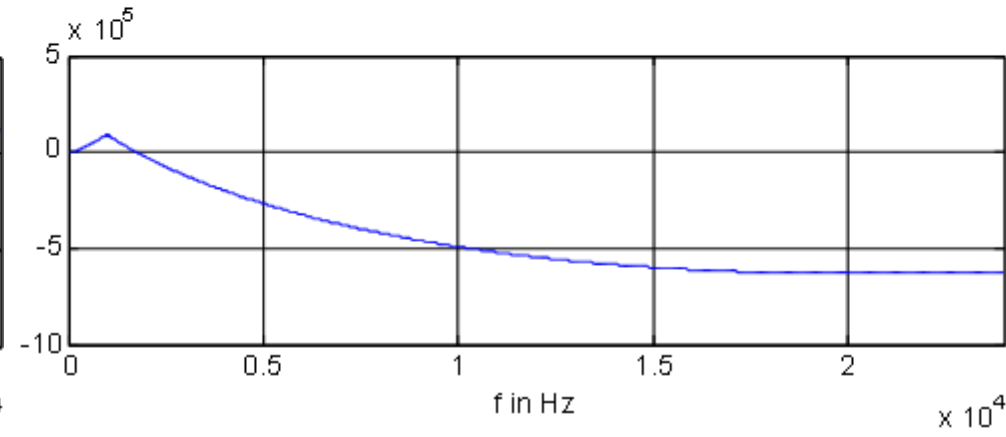
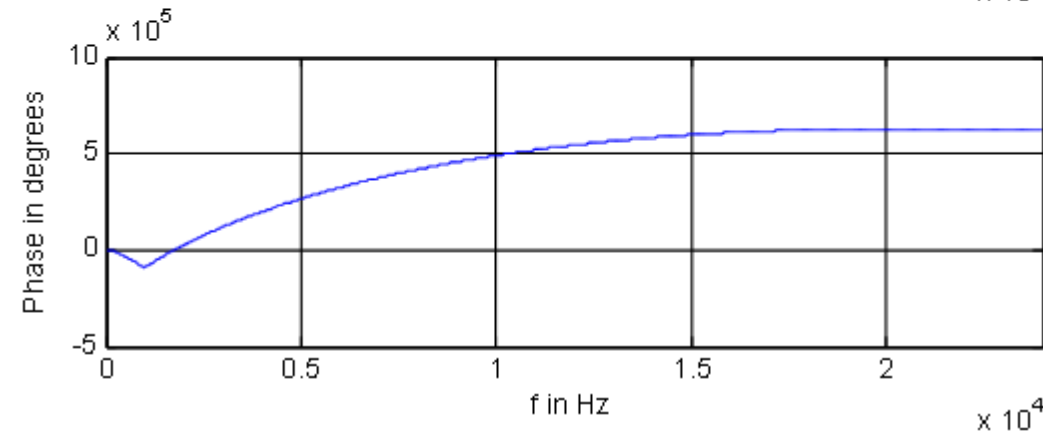
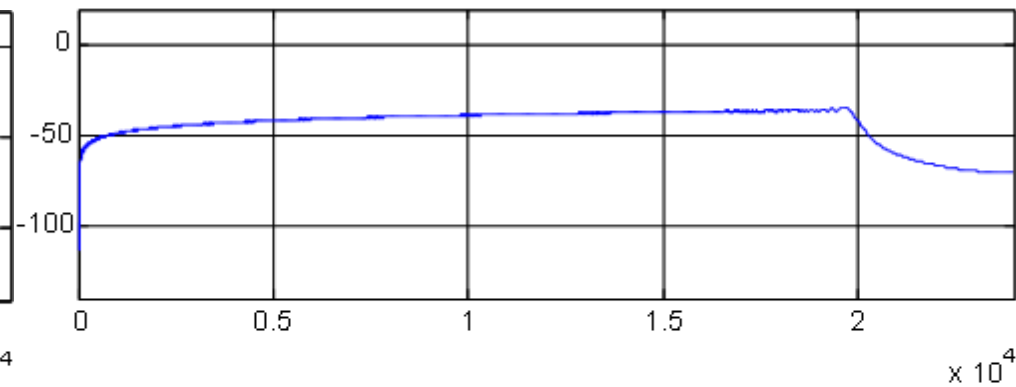
Exponentielle Sweeps

$$\underline{Y}(\omega) = \underline{X}(\omega) \cdot \underline{H}(\omega) \quad \longrightarrow \quad \underline{H}(\omega) = \underline{Y}(\omega) \cdot \underline{X}^{-1}(\omega)$$

$\underline{X}(\omega)$

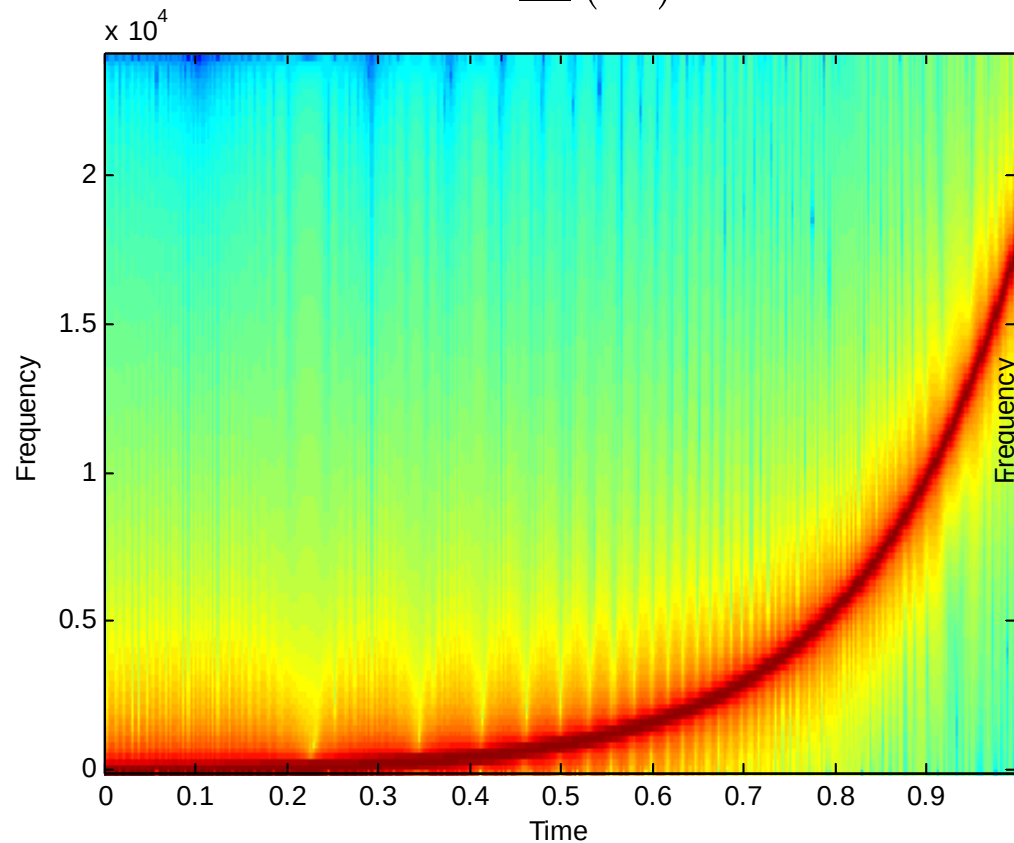
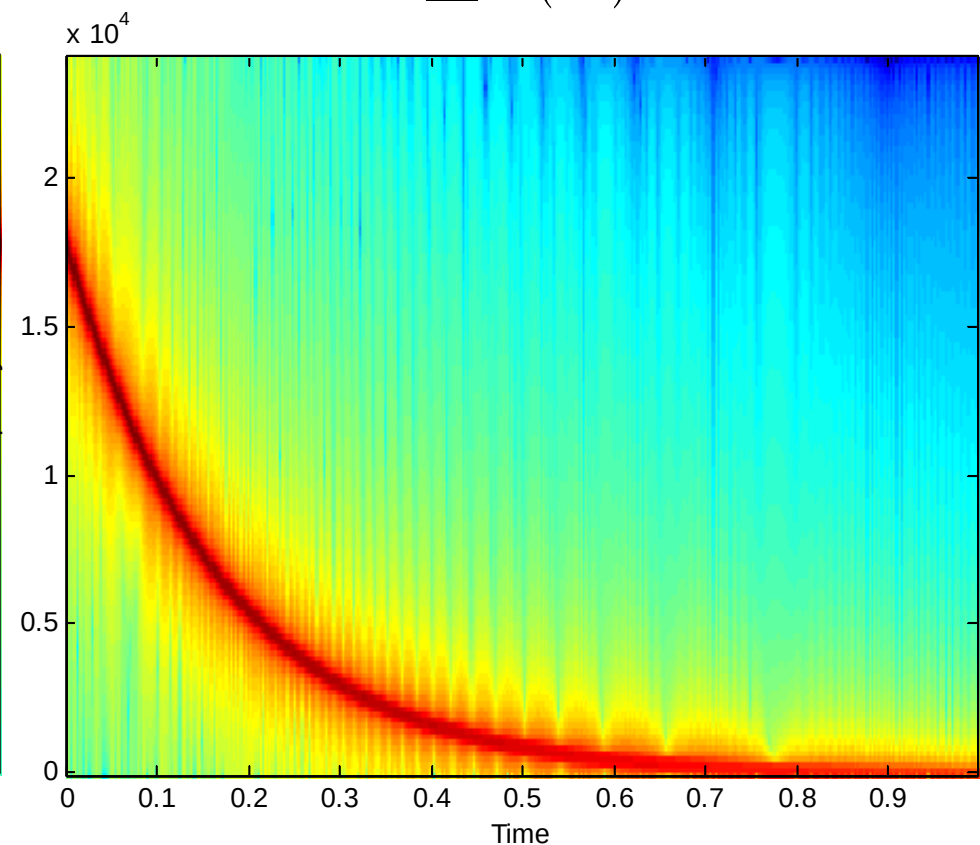


$\underline{X}^{-1}(\omega)$



Exponentielle Sweeps

$$\underline{Y}(\omega) = \underline{X}(\omega) \cdot \underline{H}(\omega) \longrightarrow \underline{H}(\omega) = \underline{Y}(\omega) \cdot \underline{X}^{-1}(\omega)$$

 $\underline{X}(\omega)$  $\underline{X}^{-1}(\omega)$ 

Exponentielle Sweeps

- Impulsantwort:

$$\underline{H}(\omega) = \underline{Y}(\omega) \cdot \underline{X}^{-1}(\omega)$$

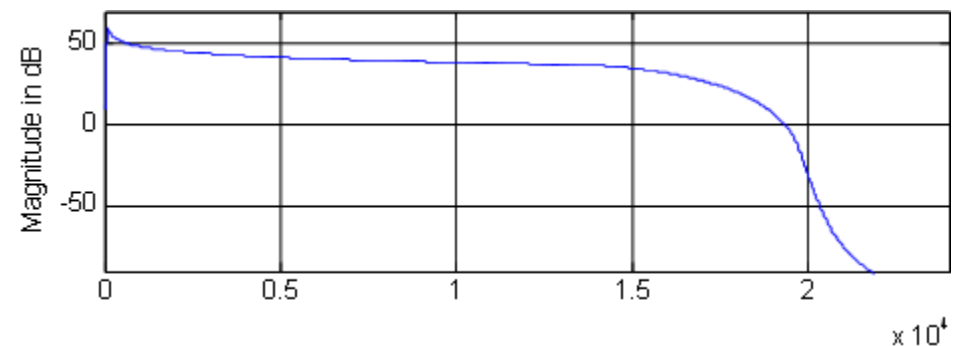
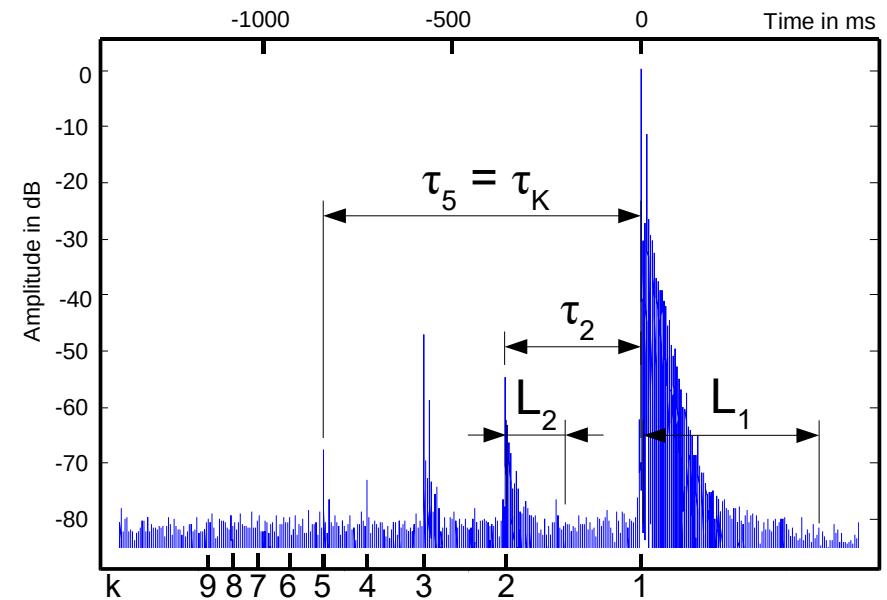
mit:

$$\underline{X}^{-1}(\omega) = \frac{\mathcal{F}\{x(-t)\}}{|X(\omega)|^2}$$

oder:

$$\underline{X}^{-1}(\omega) = \mathcal{F}\{g(t) \cdot x(-t)\}$$

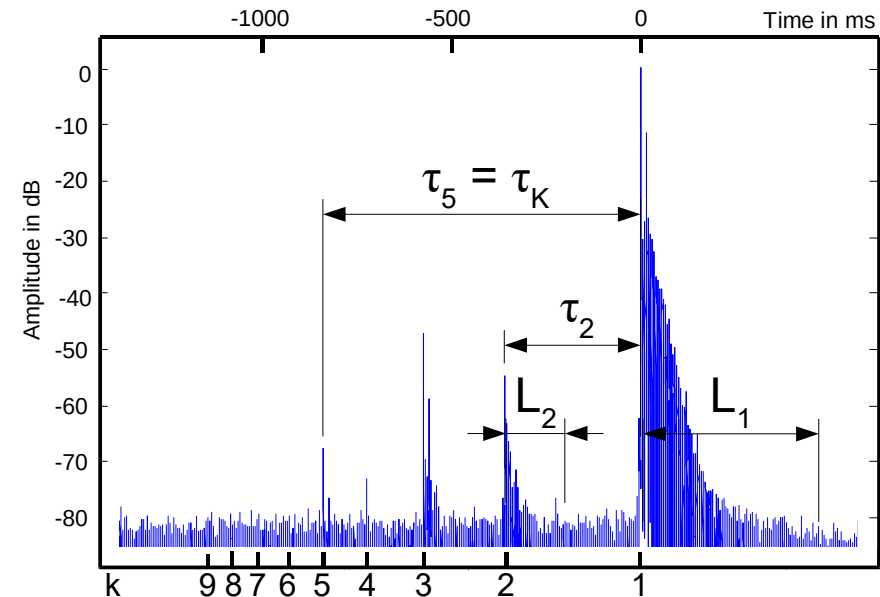
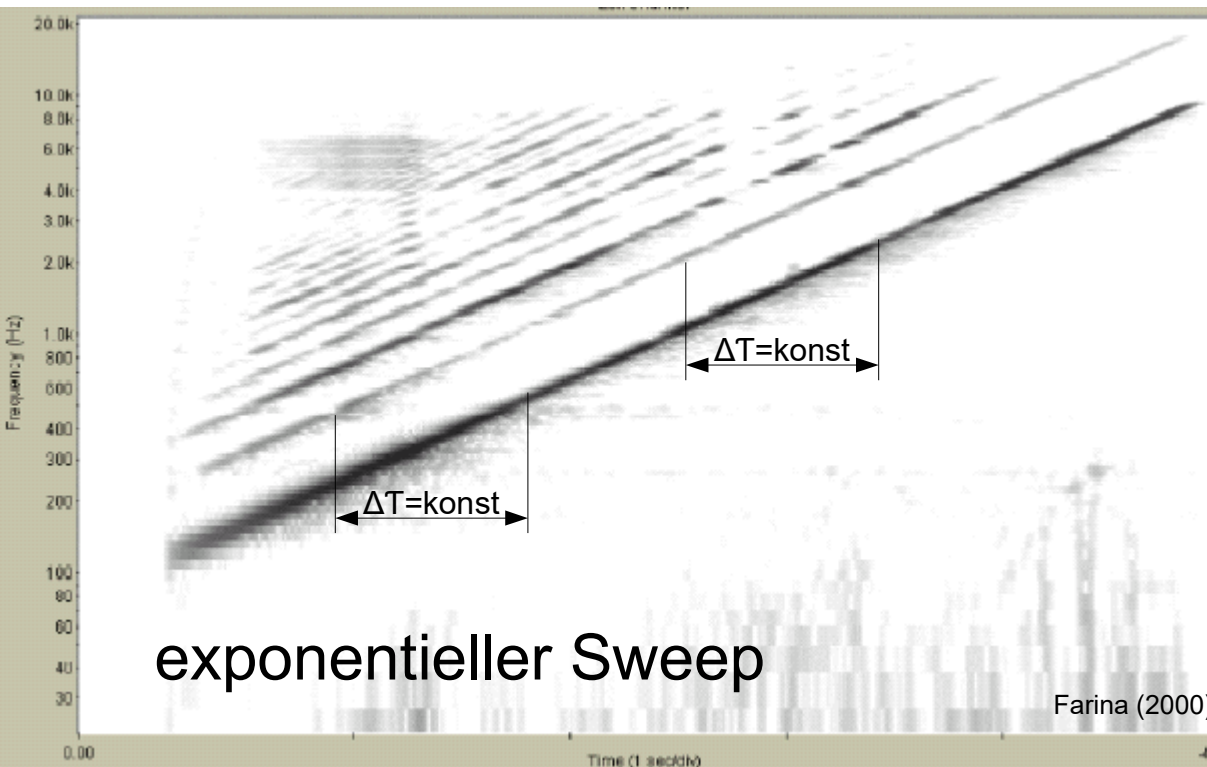
$g(t)$: Abfall von 6 dB/oct/s



Exponentielle Sweeps

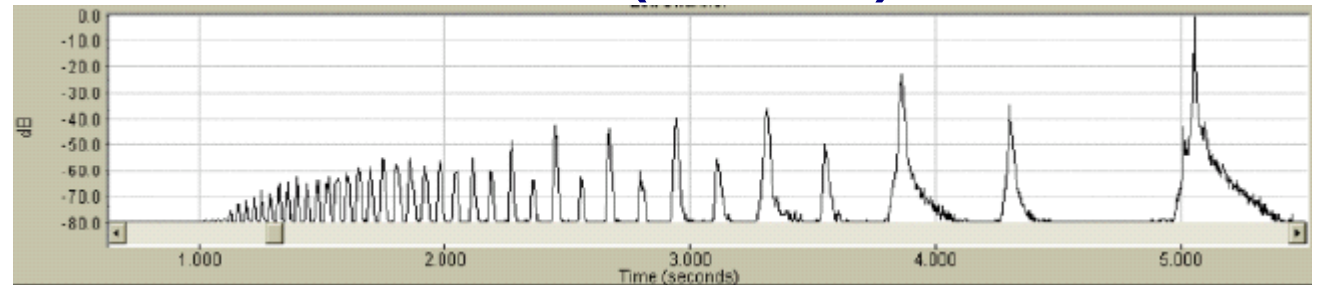
- Abstand zur N-ten Harmonischen:

$$\Delta \tau_i = \frac{T \cdot \ln(i)}{\ln(\omega_2 / \omega_1)} \quad i = 1, 2, \dots$$

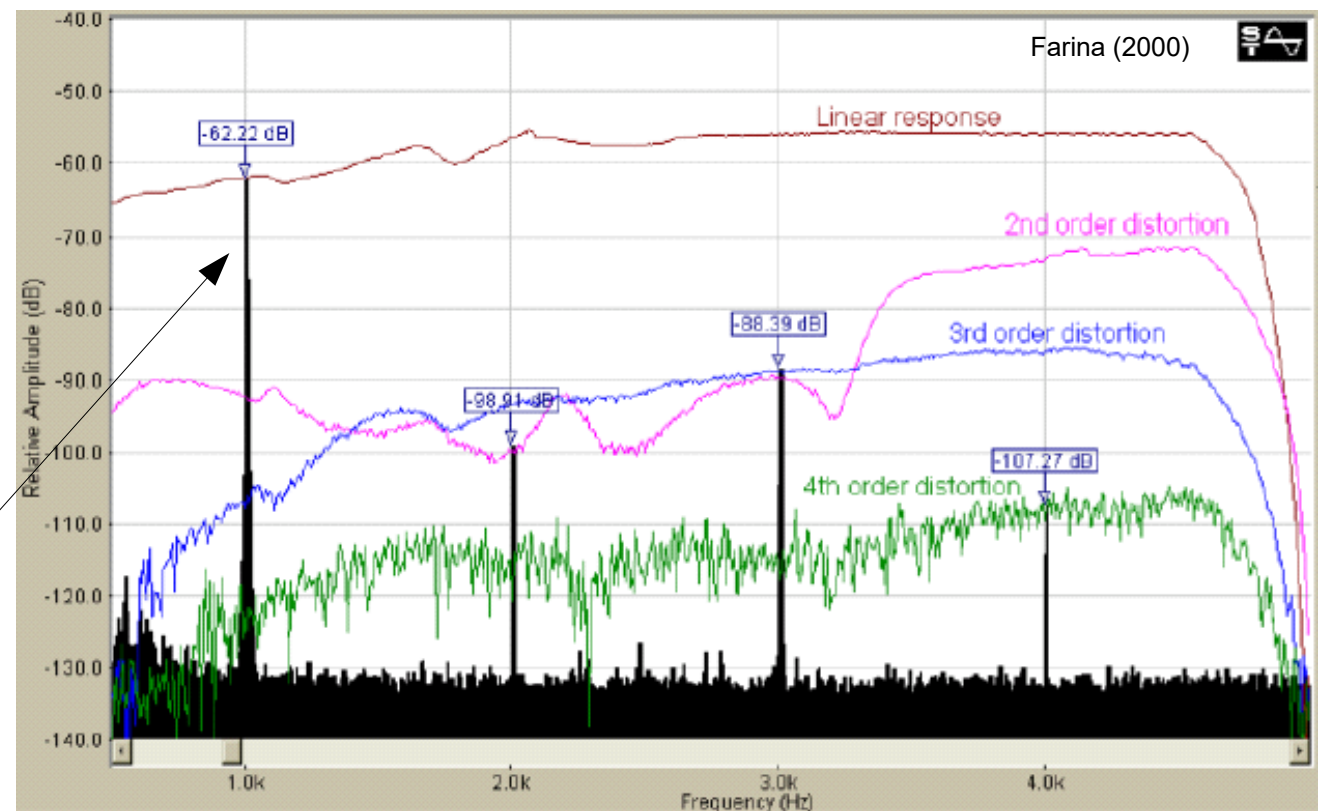


Gleichzeitige Messung von IR und Klirrfaktor (THD)

Impulsantwort:



Amplitudenspektrum einzelner IR-Teile:



THD-Messung:
(1kHz)

Exponentielle Sweeps

- SNR:
 - Frequenzabhängig
 - Durchschnittlich um 1.5 dB niedriger als MLS gleicher Länge
- Probleme:
 - Transiente Störungen
 - Zeitvariante Systeme
 - Bandbegrenzte Impulsantwort

Vergleich

- Direkte Impulsantwortmessung (PIE)
- MLS, IRS, Golay Codes:
 - Höchstmögliche SNR
 - Empfindlich gegenüber nichtlinearer Verzerrungen
- Sweeps:
 - Linear: TDS (Verzögerung, Frequenzbereich, Messdauer)
 - Exponentiell:
 - Hohe SNR möglich
 - Robust gegenüber nichtlinearer Verzerrungen
 - Empfindlichkeit: transiente Störungen, Zeitvarianz
 - Bandbegrenzt: schlechte zeitliche Auflösung

Weiterführende Literatur

- Vanderkooy, J. (1986). “Another Approach to Time-Delay-Spectrometry,” J. Audio Eng. Soc., **34**(7/8): 523-538
- Zhou, B., Green, D.M. (1992). “Characterization of external ear impulse responses using Golay codes,” J. Acoust. Soc. Am. **92**(2 Pt 1):1169-71
- Zahorik, P. (2000). “Limitations in using Golay codes for head-related transfer function measurement”, J. Acoust. Soc. Am. **107**(3):1793-6
- Dunn, C., Hawksford, M.O. (1993). “Distortion Immunity of MLS-Derived Impulse Response Measurements”, J. Audio Eng. Soc., **41**(5):314-35
- Borish, J., Angell, J.B. (1983). “An Efficient Algorithm for Measuring the Impulse Response Using Pseudorandom Noise”, J. Audio Eng. Soc. **31**(7):478-488
- Terras, A. (1999). “Fourier Analysis on Finite Groups and Applications”, Cambridge U. Press, Cambridge, U.K.

Weiterführende Literatur

- Farina, A. (2000). “Simultaneous Measurement of Impulse Response and Distortion with a Swept-Sine Technique”, Presented at the 108th Convention, 2000 February 19-22, Paris, France
- Stan, G-B., Embrechts, J-J., Archambeau, D. (2002). “Comparison of Different Impulse Response Measurement Techniques”, J. Audio Eng. Soc., **50**(4)
- Müller, S., Massarani, P. (2001). “Transfer function measurement with sweeps”, J. Audio Eng. Soc. **49**(6):443-471
- Majdak, P., Balazs, P., Laback, B. (2007). “Multiple Exponential Sweep Method for Fast Measurement of Head-Related Transfer Functions”, J. Audio Eng. Soc. **55**(7/8):623-637